TP 3 : Éléments finis en dimension deux (solutions)

Pierre.Saramito@imag.fr
http://www-lmc.imag.fr/lmc-edp/Pierre.Saramito

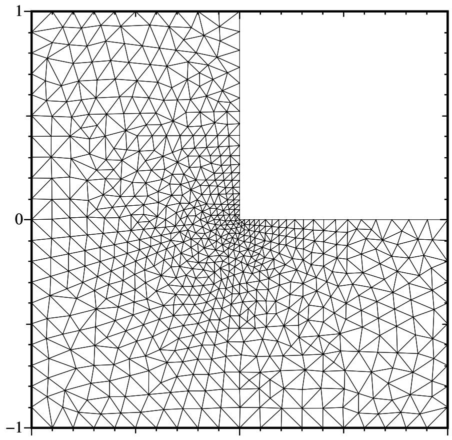
13 novembre 2000

1 Action 1

Dans le cas du cercle centré à l'origine et de rayon unité :

$$
\begin{aligned}
u(r) &= (1-r^2)/4 \\
u_{max} &= 1/4 \\
d &= \pi/8
\end{aligned}
$$

2 Action 2



Pour visualier le maillage '`L-20-adapt.mail`' :

```
[n, x, y, F, m, A, B, C] = lire_maillage ('L-20-adapt.mail');
afficher_maillage (n, x, y, m, A, B, C);
```

3 Action 3

Fichier 'init_second_membre_2d.m'

```
function b = init_second_membre_2d(n, x, y, F, m, A,B,C)

  b = zeros(n,1);
  for l = 1 : m
    coef  = aire(A(l),B(l),C(l),x,y) / 3;
    for i = [A(l), B(l), C(l)]
      if (F(i) == 0)
        b(i,1) = b(i,1) + f2d(x(i),y(i)) * coef;
      end
    end
  end
```

Fichier 'aire.m'

```
function a = aire (i, j, k, x, y)

 a = ((x(k)-x(j))*(y(i)-y(j)) - (x(i)-x(j))*(y(k)-y(j)))/2;
```

Fichier 'f2d.m'

```
function valeur = f2d(x,y)

    valeur = 1;
```

Fichier 'init_matrice_2d.m'

```
function a = init_matrice_2d (n, x, y, F, m, A, B, C)

  a = zeros(n,n);
  for l = 1 : m
    coef  = 0.25/aire(A(l),B(l),C(l),x,y);
    sommet = [A(l), B(l), C(l)];
    for r = 1:3
      i = sommet(r);
      j = sommet(rem(r,3) + 1);
      k = sommet(rem(r+1,3) + 1);
```

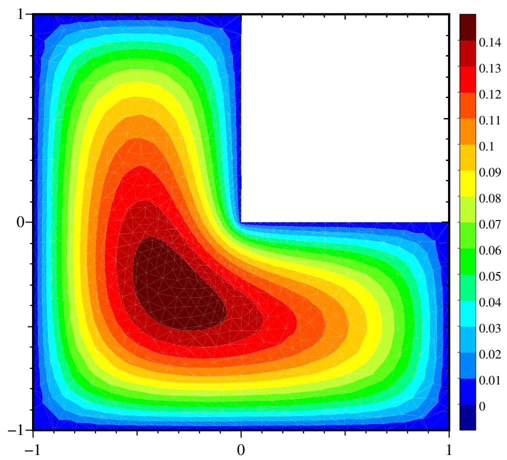
```
      if (F(i) == 0)
          a(i,i)   = a(i,i) + coef*contribution (i,j,k, i,j,k,x,y);
        if (F(j) == 0)
          a(i,j) = a(i,j) + coef*contribution (i,j,k, j,k,i,x,y);
        end
        if (F(k) == 0)
          a(i,k) = a(i,k) + coef*contribution (i,j,k, k,i,j,x,y);
        end
      else
        a(i,i) = 1;
     end
   end
 end
```

Fichier '`contribution.m`'

```
function c = contribution(i1,j1,k1, i2,j2,k2, x,y)

  c = (x(k1)-x(j1))*(x(k2)-x(j2)) + (y(k1)-y(j1))*(y(k2)-y(j2));
```

4 Action 4



Pour résoudre le problème sur le maillage '`L-20-adapt.mail`' :

```
uh = resoudre_2d ('L-20-adapt.mail');
```

puis sous unix :

```
plotmtv solution.mtv
```

Fichier 'resoudre_2d.m'

```
function uh = resoudre_2d (nom_fichier)

    [n, x, y, F, m, A, B, C] = lire_maillage (nom_fichier);
    a  = init_matrice_2d (n, x, y, F, m, A, B, C);
    b  = init_second_membre_2d (n, x, y, F, m, A,B,C);
    uh = a\b;
    ecrire_solution (n, x, y, m, A, B, C, uh);
```

5 Action 5

Le maximum de u_h sur le maillage 'cercle-80.mail', est obtenu par :

```
uh = resoudre_2d('cercle-80.mail');
u_max_h = max(uh)
```

ce qui donne :

maillage	$u_{max,h}$
cercle-10.mail	0.22832
cercle-20.mail	0.24787
cercle-40.mail	0.24851
cercle-80.mail	0.24950

la valeur exacte pour le cercle étant $d = 0.25$.

6 Action 6

Fichier 'debit.m'

```
function dh = debit (n, x, y, F, m, A, B, C, uh)

   dh = 0;
   for l = 1:m
      i = A(l);
      j = B(l);
      k = C(l);
      dh  = dh + (uh(i)+uh(j)+uh(k))*aire(i,j,k,x,y)/3;
   end
```

On modifie la fonction de résolution, pour ajouter le calcul du débit :

Fichier 'resoudre_d_2d.m'

```
function [uh, dh] = resoudre_d_2d (nom_fichier)

    [n, x, y, F, m, A, B, C] = lire_maillage (nom_fichier);
    a  = init_matrice_2d (n, x, y, F, m, A, B, C);
    b  = init_second_membre_2d (n, x, y, F, m, A,B,C);
    uh = a\b;
    dh = debit (n, x, y, F, m, A, B, C, uh);
    ecrire_solution (n, x, y, m, A, B, C, uh);
```

Le débit sur le maillage 'cercle-80.mail' est obtenu par :

```
[uh,dh] = resoudre_d_2d('cercle-80.mail');
dh
```

ce qui donne :

maillage	d_h
cercle-10.mail	0.31158
cercle-20.mail	0.37171
cercle-40.mail	0.38731
cercle-80.mail	0.39134

la valeur exacte étant $d = \pi/8 \approx 0.39270$.

7 Action 7

On obtient sur le domaine carré :

maillage	$u_{max,h}$	d_h
carre-5.mail	0.28169	0.49083
carre-10.mail	0.29387	0.54779
carre-20.mail	0.29455	0.55904
carre-40.mail	0.29463	0.56152

et sur le domaine en L :

maillage	$u_{max,h}$	d_h
L-5.mail	0.13328	0.17552
L-10.mail	0.14433	0.19855
L-20.mail	0.14794	0.20973
L-20-adapt.mail	0.14888	0.21195
L-40-adapt.mail	0.14925	0.21353